

La relación

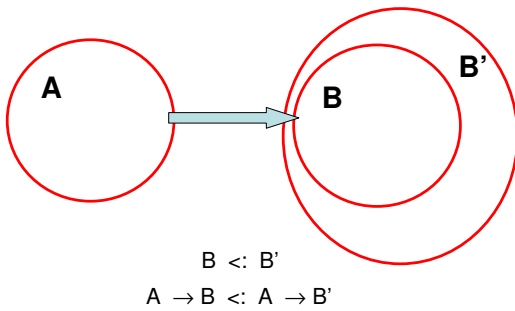
$$S <: T$$

- Cualquier término de tipo S puede ser usado en forma segura en un contexto en el cual un término de tipo T es esperado
- Todo valor descrito por S también es descrito por T
- Los elementos de S son un subconjunto de los elementos de T

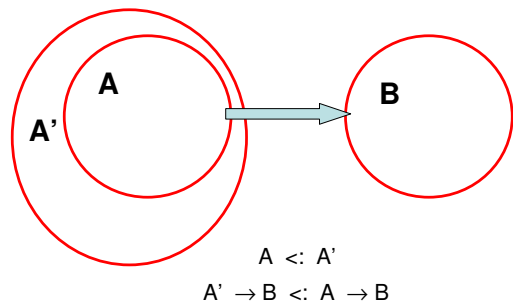
Principio de Sustitutividad

$$\frac{\Gamma \triangleright M : \sigma \quad \sigma <: \tau}{\Gamma \triangleright M : \tau} \text{ (T-SUB)}$$

Diagramas ... de Venn?



Diagramas ... se Venn?



Pensar en el principio de sustitutividad...
¿Cuándo una función es reemplazable por otra?

$$\frac{\sigma <: \sigma' \quad \tau' <: \tau}{\sigma' \rightarrow \tau' <: \sigma \rightarrow \tau} \text{ (S-ARROW)}$$

- Bancarse todos los argumentos, o más. (**contravarianza**)
- El resultado tiene que ser reemplazable. (**covarianza**)

Axiomas de tipado

$$\frac{x : \sigma \in \Gamma}{\Gamma \triangleright x : \sigma} \text{ (T-VAR)}$$

$$\frac{}{\Gamma \triangleright true : Bool} \text{ (T-TRUE)} \quad \frac{}{\Gamma \triangleright false : Bool} \text{ (T-FALSE)}$$

Tipado

$$\frac{\Gamma \triangleright M_i : \sigma_i \text{ para cada } i \in 1..n}{\Gamma \triangleright \{l_i = M_i \}_{i \in 1..n} : \{\sigma_i \}_{i \in 1..n}} \text{ (T-RCD)}$$

$$\frac{\Gamma \triangleright M : \{\sigma_i \}_{i \in 1..n} \quad j \in 1..n}{\Gamma \triangleright M.l_j : \sigma_j} \text{ (T-PROJ)}$$

$$\frac{\Gamma \triangleright M : Bool \quad \Gamma \triangleright P : \sigma \quad \Gamma \triangleright Q : \sigma}{\Gamma \triangleright \text{if } M \text{ then } P \text{ else } Q : \sigma} \text{ (T-IF)}$$

$$\frac{\Gamma, x : \sigma \triangleright M : \tau}{\Gamma \triangleright \lambda x : \sigma. M : \sigma \rightarrow \tau} \text{ (T-ABS)}$$

$$\frac{\Gamma \triangleright M : \sigma \rightarrow \tau \quad \Gamma \triangleright N : \sigma}{\Gamma \triangleright MN : \tau} \text{ (T-APP)}$$

Reglas de tipado