

Ejercicio 4

Ejercicio 1 - Subtipado (25 puntos) Considerar el tipo paramétrico $\text{Dicc}_{\sigma,\tau}$ que representa un diccionario cuyas claves son de tipo σ , y sus valores de tipo τ . Sus principales operaciones son **definir**, que dados un diccionario, una clave y un valor devuelve un diccionario con la clave definida; y **obtener**, que obtiene el valor de una clave definida.

Contamos con los siguientes axiomas de tipado:

$$\frac{}{\Gamma \triangleright \text{Vacío}_{\sigma,\tau} : \text{Dicc}_{\sigma,\tau}} \quad \frac{}{\Gamma \triangleright \text{definir} : \sigma \rightarrow \tau \rightarrow \text{Dicc}_{\sigma,\tau} \rightarrow \text{Dicc}_{\sigma,\tau}} \quad \frac{}{\Gamma \triangleright \text{obtener} : \sigma \rightarrow \text{Dicc}_{\sigma,\tau} \rightarrow \tau}$$

a) **(5 puntos)** Se propone la siguiente regla de subtipado para el tipo $\text{Dicc}_{\sigma,\tau}$. ¿Es razonable? Justificar en términos del principio de sustitutividad y el comportamiento de las funciones que reciben diccionarios.

$$\frac{\sigma_2 <: \sigma_1 \quad \tau_1 <: \tau_2 \quad \tau_2 <: \tau_1}{\text{Dicc}_{\sigma_1,\tau_1} <: \text{Dicc}_{\sigma_2,\tau_2}}$$

b) **(20 puntos)** El siguiente término: $(\lambda d : D_{NI}. \text{obtener } 0 \ d)(\text{definir } 0 \ -2 \ \text{Vacío}_{\text{Int},\text{Int}})$

¿es tipable usando la nueva regla? En caso afirmativo, demostrarlo. En caso contrario, explicar dónde está el problema. Asumir como axioma que -2 tiene tipo Int en cualquier contexto, y usar T-Zero para 0 .

Solución

a) Es razonable, ya que siempre que se necesite un diccionario cuyas claves sean de un tipo T (tanto para definir como para obtener), se lo puede reemplazar por un diccionario con claves de tipo S , siendo T subtipo de S . Dado que todo T es un S , cualquier contexto que espere un diccionario con claves de tipo T va a definir y buscar solamente claves de ese tipo, las cuales también son de tipo S , por lo cual el diccionario cuyas claves son S va a soportar todos los **definir** y **obtener** que se le apliquen. Con respecto a los significados, al exigir que sean de tipos equivalentes, está claro que nada de lo que hagamos va a poder distinguir entre uno y otro de manera tal que en uno funcione y el otro no. Queda abierta la discusión de si la regla podría o no ser menos restrictiva al respecto, y eso dependerá de cómo se implementen los diccionarios (caso similar a los arreglos, depende de cómo se almacenen los significados y tanto la respuesta de que puede ser covariante o que no puede ser válidas con la justificación adecuada).

b) Llamo T-Vac, T-Def y T-Obt a las nuevas reglas de tipado, y S-Dicc a la regla de subtipado. La siguiente es una solución posible (existen también otras derivaciones).

Separo el árbol de derivación en partes y defino $\Gamma = \{d : D_{NI}\}$ y $D_{NI} = \text{Dicc}_{\text{Nat},\text{Int}}$:

(1)

$$\frac{\frac{\frac{}{\Gamma \triangleright \text{obtener} : \text{Nat} \rightarrow \text{Int} \rightarrow D_{NI}}{\text{T-OBT}} \quad \frac{}{\Gamma \triangleright 0 : \text{Nat}}{\text{T-ZERO}} \quad \frac{d : D_{NI} \in \Gamma}{\Gamma \triangleright d : D_{NI}}{\text{T-VAR}}}{\Gamma \triangleright \text{obtener } 0 : D_{NI} \rightarrow \text{Int}}{\text{T-APP}} \quad \frac{\Gamma \triangleright d : D_{NI}}{\Gamma \triangleright \text{obtener } 0 \ d : \text{Int}}{\text{T-APP}}}{\Gamma \triangleright \lambda d : D_{NI}. \text{obtener } 0 \ d : \text{Int}}{\text{T-ABS}}$$

$$(2) \frac{\frac{}{\emptyset \triangleright \text{Vacío}_{\text{Int},\text{Int}} : \text{Dicc}_{\text{Int},\text{Int}}} \text{T-VAC} \quad \frac{\frac{\frac{}{\text{Nat} <: \text{Int}} \text{S-NATINT} \quad \frac{}{\text{Int} <: \text{Int}} \text{S-REFL}}{\text{Dicc}_{\text{Int},\text{Int}} <: \text{Dicc}_{\text{Nat},\text{Int}}} \text{S-DICC} \quad \frac{}{\text{Int} <: \text{Int}} \text{S-REFL}}{\emptyset \triangleright \text{Vacío}_{\text{Int},\text{Int}} : D_{NI}} \text{T-SUB}}$$

(3)

$$\frac{\frac{\frac{\frac{}{\text{T-DEF}}{\emptyset \triangleright \mathbf{definir} : \text{Nat} \rightarrow \text{Int} \rightarrow D_{NI} \rightarrow D_{NI}}}{\emptyset \triangleright \mathbf{definir} 0 : \text{Int} \rightarrow D_{NI} \rightarrow D_{NI}}}{\emptyset \triangleright \mathbf{definir} 0 -2 : D_{NI} \rightarrow D_{NI}} \quad \frac{\frac{\frac{}{\text{T-ZERO}}{\emptyset \triangleright 0 : \text{Nat}}}{\emptyset \triangleright -2 : \text{Int}}}{\emptyset \triangleright \mathbf{Vacío}_{\text{Int}, \text{Int}} : D_{NI}} \quad \dots}{\emptyset \triangleright \mathbf{Vacío}_{\text{Int}, \text{Int}} : D_{NI}} \quad \text{(2)}}{\emptyset \triangleright \mathbf{definir} 0 -2 \mathbf{Vacío}_{\text{Int}, \text{Int}} : D_{NI}} \quad \text{T-APP}$$

(4)

$$\frac{\frac{\dots}{\emptyset \triangleright \lambda d : D_{NI}. \mathbf{obtener} 0 d : D_{NI} \rightarrow \text{Int}} \quad \text{(1)} \quad \frac{\dots}{\emptyset \triangleright \mathbf{definir} 0 -2 \mathbf{Vacío}_{\text{Int}, \text{Int}} : D_{NI}} \quad \text{(3)}}{\emptyset \triangleright (\lambda d : D_{NI}. \mathbf{obtener} 0 d)(\mathbf{definir} 0 -2 \mathbf{Vacío}_{\text{Int}, \text{Int}}) : \text{Int}} \quad \text{T-APP}$$